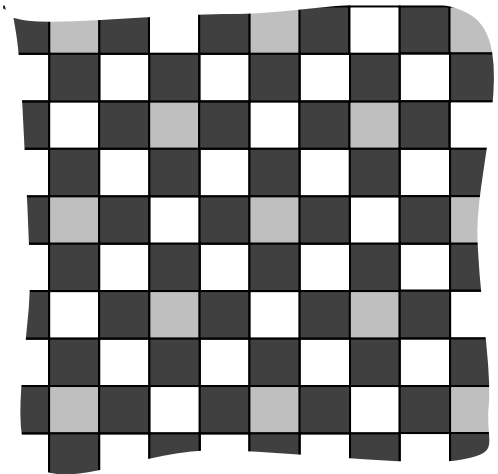


*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

6 клас (достатній рівень)

6–1. Підлога в величезній залі була складена з плиток 1×1 трьох кольорів, білого, сірого та чорного, як це показано на рисунку. Квадратним килимом 100×100 були накриті рівно 10000 таких плиток. Скільки серед них могло бути сірих? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.



6–2. Петрик в прикладі на множення двоцифрових чисел замінив цифри буквами: однакові – однаковими, різні – різними. В нього вийшла така рівність: $KY \cdot IV = VVV$. Якими могли бути множники KY та IV ? Вкажіть усі можливі варіанти. Відповідь обґрунтуйте.

6–3. У кожній вершині квадрата записали число «+1» або «-1». На кожному кроці ми міняємо числа у кожній вершині на добуток трьох чисел: числа, що записане в самій вершині, та двох чисел, що записані в сусідніх по стороні вершинах. При яких початкових розстановках чисел ми зможемо отримати квадрат, у кожній вершині якого записане число «+1»? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

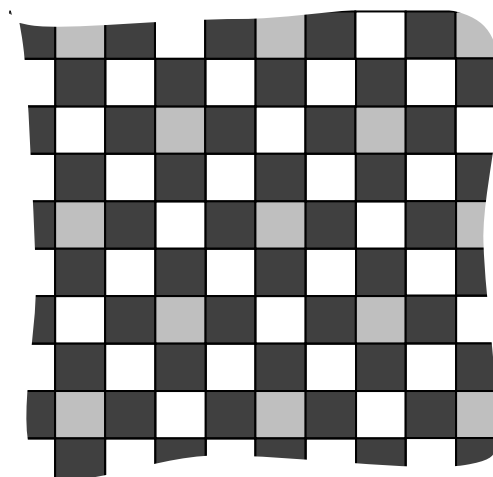
6–4. Відомо, що число x задовольняє рівності: $(3x + 2)(7 - 4x)(4x + 7) = 0$. Яке найбільше значення може приймати вираз $5 - \frac{3}{x}$? Відповідь обґрунтуйте.

18 жовтня 2025 р.

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

6 клас (достатній рівень)

6–1. Підлога в величезній залі була складена з плиток 1×1 трьох кольорів, білого, сірого та чорного, як це показано на рисунку. Квадратним килимом 100×100 були накриті рівно 10000 таких плиток. Скільки серед них могло бути сірих? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.



6–2. Петрик в прикладі на множення двоцифрових чисел замінив цифри буквами: однакові – однаковими, різні – різними. В нього вийшла така рівність: $KY \cdot IV = VVV$. Якими могли бути множники KY та IV ? Вкажіть усі можливі варіанти. Відповідь обґрунтуйте.

6–3. У кожній вершині квадрата записали число «+1» або «-1». На кожному кроці ми міняємо числа у кожній вершині на добуток трьох чисел: числа, що записане в самій вершині, та двох чисел, що записані в сусідніх по стороні вершинах. При яких початкових розстановках чисел ми зможемо отримати квадрат, у кожній вершині якого записане число «+1»? Вкажіть усі можливі відповіді. Відповідь обґрунтуйте.

6–4. Відомо, що число x задовольняє рівності: $(3x + 2)(7 - 4x)(4x + 7) = 0$. Яке найбільше значення може приймати вираз $5 - \frac{3}{x}$? Відповідь обґрунтуйте.

18 жовтня 2025 р.

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

7 клас (достатній рівень)

7–1. Петрик задумав двоцифрове число, далі він додав до цього числа 36. В результаті цифри числа, що задумав Петрик, помінялися місцями. Скільки усього є чисел, що задовольняють такі умови? Самі числа наводити не треба, тільки кількість. Відповідь обґрунтуйте.

7–2. Всередині білого квадрату зі стороною 7 розташований сірий квадрат. Чому дорівнює сторона сірого квадрата, якщо відомо, що площа частини білого квадрата, що не закрита сірим у 3 рази більша за площу сірого квадрата? Відповідь обґрунтуйте.

7–3. На колі розташовано 4 сині точки, 3 жовті, 2 червоні та 1 чорна точка. Скільки можна побудувати попарно різних трикутників, у яких дві вершини мають однаковий колір, а третя вершина – інший колір? Наприклад, попарно різних трикутників з усіма синіми вершинами є рівно 4. Відповідь обґрунтуйте.

7–4. Дарина зібрала букет, що містить білі та червоні троянди, білі та червоні гвоздики. Одна третина білих квітів – троянди, 75% червоних – гвоздики, 60% усіх квіток – білі. Скільки відсотків від усіх квітів становлять гвоздики? Відповідь обґрунтуйте.

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

7 клас (достатній рівень)

7–1. Петрик задумав двоцифрове число, далі він додав до цього числа 36. В результаті цифри числа, що задумав Петрик, помінялися місцями. Скільки усього є чисел, що задовольняють такі умови? Самі числа наводити не треба, тільки кількість. Відповідь обґрунтуйте.

7–2. Всередині білого квадрату зі стороною 7 розташований сірий квадрат. Чому дорівнює сторона сірого квадрата, якщо відомо, що площа частини білого квадрата, що не закрита сірим у 3 рази більша за площу сірого квадрата? Відповідь обґрунтуйте.

7–3. На колі розташовано 4 сині точки, 3 жовті, 2 червоні та 1 чорна точка. Скільки можна побудувати попарно різних трикутників, у яких дві вершини мають однаковий колір, а третя вершина – інший колір? Наприклад, попарно різних трикутників з усіма синіми вершинами є рівно 4. Відповідь обґрунтуйте.

7–4. Дарина зібрала букет, що містить білі та червоні троянди, білі та червоні гвоздики. Одна третина білих квітів – троянди, 75% червоних – гвоздики, 60% усіх квіток – білі. Скільки відсотків від усіх квітів становлять гвоздики? Відповідь обґрунтуйте.

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

8 клас (достатній рівень)

8–1. Для натурального числа n через $n!$ позначимо добуток $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. На скільки нулів закінчується вираз $\frac{2025!}{2000!}$?

8–2. У матері є 7 яблук, 6 груш та 5 апельсинів. Вона хоче розділити їх між двома дітьми так, щоб кожна дитина отримала по 9 фруктів. Скількома різними способами це можна зробити? Якщо якась дитина отримує різну кількість деякого з видів фруктів, то такий розподіл вважається різним.

8–3. У рівнобедреному трикутнику ABC $\angle ABC = 120^\circ$. На стороні AC відмічена така точка M , що $MC = 2AM$. Знайдіть градусну міру $\angle MBC$.

8–4. Скільки існує квадратних тричленів $P(x) = ax^2 + bx + c$, коефіцієнти яких є не обов'язково різними цілими одноцифровими невід'ємними числами, для яких справджується рівність: $P(-1) = -5$?

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

8 клас (достатній рівень)

8–1. Для натурального числа n через $n!$ позначимо добуток $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. На скільки нулів закінчується вираз $\frac{2025!}{2000!}$?

8–2. У матері є 7 яблук, 6 груш та 5 апельсинів. Вона хоче розділити їх між двома дітьми так, щоб кожна дитина отримала по 9 фруктів. Скількома різними способами це можна зробити? Якщо якась дитина отримує різну кількість деякого з видів фруктів, то такий розподіл вважається різним.

8–3. У рівнобедреному трикутнику ABC $\angle ABC = 120^\circ$. На стороні AC відмічена така точка M , що $MC = 2AM$. Знайдіть градусну міру $\angle MBC$.

8–4. Скільки існує квадратних тричленів $P(x) = ax^2 + bx + c$, коефіцієнти яких є не обов'язково різними цілими одноцифровими невід'ємними числами, для яких справджується рівність: $P(-1) = -5$?

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

9 клас (достатній рівень)

9–1. Петро їздить на роботу двома шляхами – або по гарній дорозі зі швидкістю 120 км/год, або по поганій дорозі зі швидкістю 60 км/год. При цьому відомо, що гарна дорога на 16 км довша за погану та поганою дорогою Петро прибуває на роботу на 4 хв раніше. Яка довжина гарної дороги?

9–2. Знайдіть усі натуральні числа, остання цифра яких не дорівнює нулю, і якщо видалити першу цифру, то отримане число стане в 25 разів менше початкового.

9–3. Шестикутник $ABCDEF$ описаний навколо кола. Відомі довжини таких його сторін: $AB = 27$, $BC = 25$, $CD = 19$ та $EF = 29$. Чому дорівнює сума довжин сторін $DE + FA$?

9–4. На острові проживають лише лицарі, які завжди кажуть правду, та брехуни, які завжди брешуть. 40 мешканців острова вишикувалися у 4 черги, в яких стояли по 10 мешканців. У кожній з черг кожний мешканець, окрім трьох перших, сказав, що перед ним в черзі стоїть принаймні 3 брехуни. Скільки лицарів могло бути серед усіх 40 мешканців, що утворили ці черги? Вкажіть усі можливі відповіді.

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

9 клас (достатній рівень)

9–1. Петро їздить на роботу двома шляхами – або по гарній дорозі зі швидкістю 120 км/год, або по поганій дорозі зі швидкістю 60 км/год. При цьому відомо, що гарна дорога на 16 км довша за погану та поганою дорогою Петро прибуває на роботу на 4 хв раніше. Яка довжина гарної дороги?

9–2. Знайдіть усі натуральні числа, остання цифра яких не дорівнює нулю, і якщо видалити першу цифру, то отримане число стане в 25 разів менше початкового.

9–3. Шестикутник $ABCDEF$ описаний навколо кола. Відомі довжини таких його сторін: $AB = 27$, $BC = 25$, $CD = 19$ та $EF = 29$. Чому дорівнює сума довжин сторін $DE + FA$?

9–4. На острові проживають лише лицарі, які завжди кажуть правду, та брехуни, які завжди брешуть. 40 мешканців острова вишикувалися у 4 черги, в яких стояли по 10 мешканців. У кожній з черг кожний мешканець, окрім трьох перших, сказав, що перед ним в черзі стоїть принаймні 3 брехуни. Скільки лицарів могло бути серед усіх 40 мешканців, що утворили ці черги? Вкажіть усі можливі відповіді.

18 жовтня 2025 р.

На виконання завдання відводиться 3 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

10 клас (достатній рівень)

10–1. У прямокутнику $ABCD$ точки Q , R та S – середини сторін BC , CD та DA відповідно, а точка T – середина відрізка RS . Відомо, що площа прямокутника $ABCD$ дорівнює 64. Чому дорівнює площа трикутника ATQ ?

10–2. В рядок записані $n \geq 42$ чисел, кожне з яких дорівнює «1» або «-1». Розстановка чисел задовольняє такі умови:

- сума будь-яких 40 чисел, що стоять поспіль, дорівнює 0;
- сума будь-яких 42 чисел, що стоять поспіль, не дорівнює 0.

Яке найбільше можливе значення може приймати сума $S(n)$ усіх записаних чисел та для яких n воно може досягатися?

10–3. Натуральне число k називається *реверсивним*, якщо для нього існує натуральне число n , що не закінчується нулем та справджується рівність: $k = n - n'$, де число n' має цифри числа n , що записані у зворотному порядку. Наприклад, число 2178 – реверсивне, бо $2178 = 4202 - 2024$. З'ясуйте, чи є число $k = 2538$ реверсивним. Якщо так, то знайдіть відповідне натуральне число n , для якого справджується рівність $k = n - n'$.

10–4. Знайдіть усі трійки цілих чисел (a, b, c) , що задовольняють системі рівнянь:

$$\begin{cases} a^2 + b^3 = c^4, \\ c^2 + b^3 = a^4. \end{cases}$$

18 жовтня 2025 р.

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

10 клас (достатній рівень)

10–1. У прямокутнику $ABCD$ точки Q , R та S – середини сторін BC , CD та DA відповідно, а точка T – середина відрізка RS . Відомо, що площа прямокутника $ABCD$ дорівнює 64. Чому дорівнює площа трикутника ATQ ?

10–2. В рядок записані $n \geq 42$ чисел, кожне з яких дорівнює «1» або «-1». Розстановка чисел задовольняє такі умови:

- сума будь-яких 40 чисел, що стоять поспіль, дорівнює 0;
- сума будь-яких 42 чисел, що стоять поспіль, не дорівнює 0.

Яке найбільше можливе значення може приймати сума $S(n)$ усіх записаних чисел та для яких n воно може досягатися?

10–3. Натуральне число k називається *реверсивним*, якщо для нього існує натуральне число n , що не закінчується нулем та справджується рівність: $k = n - n'$, де число n' має цифри числа n , що записані у зворотному порядку. Наприклад, число 2178 – реверсивне, бо $2178 = 4202 - 2024$. З'ясуйте, чи є число $k = 2538$ реверсивним. Якщо так, то знайдіть відповідне натуральне число n , для якого справджується рівність $k = n - n'$.

10–4. Знайдіть усі трійки цілих чисел (a, b, c) , що задовольняють системі рівнянь:

$$\begin{cases} a^2 + b^3 = c^4, \\ c^2 + b^3 = a^4. \end{cases}$$

18 жовтня 2025 р.

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

11 клас (достатній рівень)

11–1. Випишемо деякі великі латинські літери, які можуть бути записаними декількома відрізками:

A, E, F, H, I, K, L, M, N, T, V, W, X, Y та Z.

Вагою літери назвемо кількість прямолінійних відрізків, з яких вона утворена, наприклад, літера Y з 3-х відрізків, літера I – з 1-го, літера M – з 4-х. *Словом* назвемо послідовність літер із наведеного списку в будь-якому порядку, не обов'язково різних, в якій літер не менше двох, порядок літер також відрізняє слова. *Вагою слова* назвемо сумарну вагу усіх літер, з яких утворене слово. Якщо літера зустрічається у слові двічі чи більше разів, то в вазі слова вона враховується відповідну кількість разів. Наприклад, вага слова LY дорівнює 5. Скільки існує слів, вага яких дорівнює 4?

11–2. Знайдіть усі пари натуральних чисел (k, n) , що задовольняють рівності: $k(k + 5)^2 + 12 = n^3$.

11–3. Всередині правильного шестикутника $ABCDEF$, вибрані такі точки X , Y та Z , що чотирикутники $ABZY$, $CDXZ$ та $EFYX$ є прямокутниками. Знайдіть відношення площі шестикутника $ABCDEF$ до площі чотирикутника $ABZY$.

11–4. Відомо, що функція f для довільних дійсних x задовольняє такі умови: $f(x) = f(2025 - x)$ та $f(x + 10) = f(2014 - x)$. Відомо також, що $f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 100$. Які значення може приймати сума $f(16) + f(17) + f(18)$? Вкажіть усі можливі відповіді.

18 жовтня 2025 р.

*«Ставлення держави до вчителя – це державна політика,
яка свідчить або про силу держави, або про її слабкість».*
Отто фон Бісмарк

11 клас (достатній рівень)

11–1. Випишемо деякі великі латинські літери, які можуть бути записаними декількома відрізками:

A, E, F, H, I, K, L, M, N, T, V, W, X, Y та Z.

Вагою літери назвемо кількість прямолінійних відрізків, з яких вона утворена, наприклад, літера Y з 3-х відрізків, літера I – з 1-го, літера M – з 4-х. *Словом* назвемо послідовність літер із наведеного списку в будь-якому порядку, не обов'язково різних, в якій літер не менше двох, порядок літер також відрізняє слова. *Вагою слова* назвемо сумарну вагу усіх літер, з яких утворене слово. Якщо літера зустрічається у слові двічі чи більше разів, то в вазі слова вона враховується відповідну кількість разів. Наприклад, вага слова LY дорівнює 5. Скільки існує слів, вага яких дорівнює 4?

11–2. Знайдіть усі пари натуральних чисел (k, n) , що задовольняють рівності: $k(k + 5)^2 + 12 = n^3$.

11–3. Всередині правильного шестикутника $ABCDEF$, вибрані такі точки X , Y та Z , що чотирикутники $ABZY$, $CDXZ$ та $EFYX$ є прямокутниками. Знайдіть відношення площі шестикутника $ABCDEF$ до площі чотирикутника $ABZY$.

11–4. Відомо, що функція f для довільних дійсних x задовольняє такі умови: $f(x) = f(2025 - x)$ та $f(x + 10) = f(2014 - x)$. Відомо також, що $f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 100$. Які значення може приймати сума $f(16) + f(17) + f(18)$? Вкажіть усі можливі відповіді.

18 жовтня 2025 р.